



TÀI LIỆU THAM KHẢO

Dùng chung cho biên soạn đề thi, chuyên đề, lời giải và tài liệu học tập

CHUYÊN NGHIỆP • NHẤT QUÁN • DỄ TÁI SỬ DỤNG

Tên tài liệu	CHUYÊN ĐỀ 14. CÁC PHÉP TOÁN VEC TƠ
Môn học / Khối lớp	TOÁN • KHỐI: 12
Chương/Chuyên đề	CHƯƠNG 2-VECTO VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
Mã tài liệu / Phiên bản	TL-TOAN-KHOI127963BB-CHUONG2VECTO-VECTOVACACPH-000071• Phiên bản 1.0
Ngày phát hành	15/03/2026
Người tài liệu	Sưu tầm

GIỚI THIỆU & TUYÊN BỐ SỬ DỤNG TÀI LIỆU

Tài liệu này được VietEduUp tổ chức sưu tầm, chọn lọc, tổng hợp và biên tập từ nhiều nguồn tham khảo phục vụ mục tiêu học tập, giảng dạy, ôn tập và phát triển cộng đồng giáo dục. Nội dung trong tài liệu được chuẩn hóa theo định hướng trình bày rõ ràng, thống nhất và thuận tiện cho giáo viên, học sinh cũng như người biên soạn.

Chúng tôi trân trọng cảm ơn Quý Thầy Cô, tác giả, cộng tác viên và các đơn vị đã đóng góp tri thức, kinh nghiệm chuyên môn và nguồn học liệu quý báu cho quá trình hình thành tài liệu. Mọi sự đóng góp của cộng đồng giáo dục là nền tảng quan trọng để nâng cao chất lượng nội dung và góp phần thúc đẩy sự phát triển bền vững của giáo dục nước nhà.

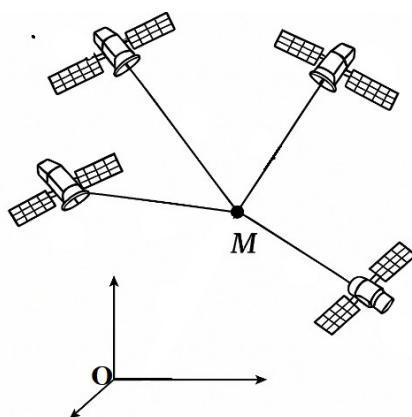
Tài liệu được sử dụng với mục đích giáo dục, tham khảo, biên soạn và đào tạo nội bộ. VietEduUp tôn trọng quyền tác giả, quyền liên quan và luôn khuyến khích việc ghi nhận nguồn, đối chiếu học liệu gốc và sử dụng nội dung một cách có trách nhiệm. Quyền sở hữu đối với các tài liệu, trích dẫn, ví dụ hoặc học liệu gốc – nếu có – vẫn thuộc về tác giả hoặc chủ sở hữu tương ứng.

Trong trường hợp phát hiện nội dung cần điều chỉnh về nguồn tham khảo, phạm vi sử dụng hoặc vấn đề bản quyền, VietEduUp sẵn sàng tiếp nhận phản hồi để rà soát, ghi bổ sung nguồn, điều chỉnh hoặc gỡ bỏ nội dung khi phù hợp. Việc sử dụng tài liệu này không nhằm thay thế, sao chép nguyên trạng hoặc thương mại hóa trái phép các xuất bản phẩm và học liệu thuộc quyền sở hữu của bên thứ ba.

Khi tái sử dụng mẫu này, đơn vị biên soạn nên chủ động kiểm tra nguồn nội dung, phạm vi cho phép sử dụng và bổ sung ghi chú nguồn khi cần thiết. Cách làm này giúp tài liệu chuyên nghiệp hơn, minh bạch hơn và góp phần hạn chế rủi ro pháp lý trong quá trình khai thác học liệu.

Trân trọng!

Câu 1. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 3.

Do vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$

$$AM = (a-3; b-1; c) \Rightarrow (a-3)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 2b + 1 = 0 \quad (1)$$

$$BM = (a-3; b-6; c-6) \Rightarrow (a-3)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 = 6^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 6a - 12b - 12c + 45 = 0 \quad (2)$$

$$CM = (a-4; b-6; c-2) \Rightarrow (a-4)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 12b - 4c + 31 = 0 \quad (3)$$

$$DM = (a-6; b-2; c-14) \Rightarrow (a-6)^2 + (b-2)^2 + (c-14)^2 = 13^2$$

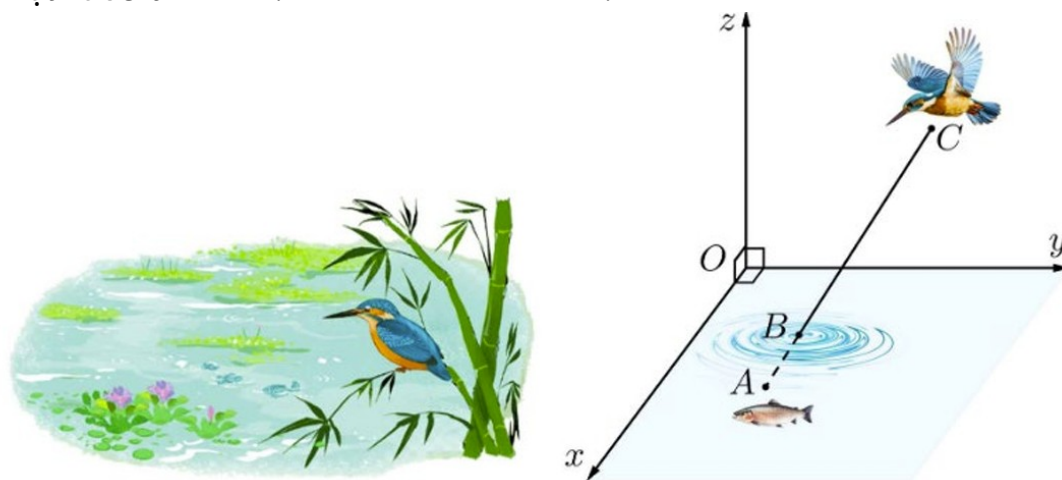
$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 12a - 4b - 28c + 67 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4) ta có hệ phương trình} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 10b + 12c = 44 \\ 2a + 10b + 4c = 30 \\ 6a + 2b + 28c = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(1; 2; 2) \Rightarrow OM(1; 2; 2) \Rightarrow OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$$

Vậy khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng 3.

Câu 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước $2m$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $3m$ và $1m$ phóng thẳng xuống vị trí con cá cách mặt nước $50cm$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $1m$ và $1,5m$. Tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a; b; c)$. Tính $T = 5a + 15b + 25c$.



Lời giải

Đáp án: 28.

Ta quy ước cứ $1m = 1$ đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$.

Gọi vị trí của con chim bói cá ban đầu là C , khi đó nó cách phía trên mặt nước $2m$ nên $z_C = 2$, ngoài ra cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $3m$ và $1m$ nên $y_C = 3$ và $x_C = 1$. Do đó tọa độ điểm $C(1; 3; 2)$.

Gọi vị trí của con cá là A , khi đi con cá đang dưới mặt nước $50cm = 0,5m$ nên $z_A = -0,5$, ngoài ra cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $1m$ và $1,5m$ nên $y_A = 1$ và $x_A = 1,5$. Do đó tọa độ điểm $A(1,5; 1; -0,5)$.

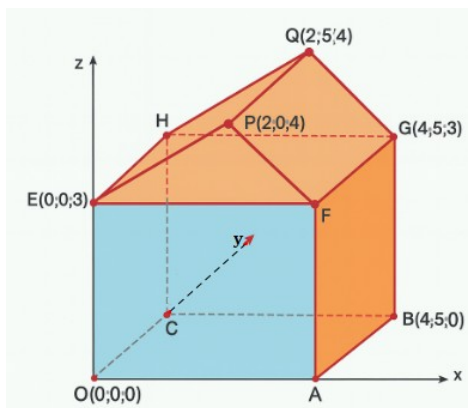
Vì điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước nên $B \in (Oxy)$ hay $c = 0$ khi đó tọa độ $B(a; b; 0)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 0,5k \\ b - 3 = -2k \\ -2 = -2,5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ b = \frac{7}{5} \\ k = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Ta có 3 điểm A, B, C thẳng hàng nên: $CB = kCA$

Vậy $B\left(\frac{7}{5}; \frac{7}{5}; 0\right)$ suy ra $T = 5a + 15b + 25c = 28$.

Câu 3. Hình sau đây minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Biết $F(a; b; c)$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 7.

$$\vec{QP} = (0; -5; 0)$$

$$\vec{GF} = (a - 4; b - 5; c - 3)$$

Do $PQGF$ là hình chữ nhật nên ta có

$$\vec{QP} = \vec{GF} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 4 = 0 \\ b - 5 = -5 \\ c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases} \text{ nên } a + b + c = 7.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1^m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A 4050^m . Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $u(2; -2; 1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?

Lời giải

Đáp án: 15